

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ НАПРЯЖЕНИЙ И ТОКОВ УЗЛОВ НАГРУЗКИ

Н.Н. Харлов

Томский политехнический университет

E-mail: rcr@tpu.ru

Определены составляющие энергетических спектров напряжений и токов узлов нагрузки с резкопеременным и быстроизменяющимся режимом работы. На основе расчетных соотношений предложен «энергетический критерий качества напряжения». Рассмотрен пример практического использования полученных результатов.

Современные узлы нагрузки являются, как правило, потребителями несинусоидальных токов [1, 2]. Уровень их несинусоидальности определяется, прежде всего, составом электроприемников с нелинейными вольтамперными характеристиками. В некоторых случаях несинусоидальность токов является следствием несинусоидальности напряжения из-за нелинейности вольтамперных характеристик и несинусоидальности токов в других узлах нагрузки. Математическое описание несинусоидальных режимов в настоящее время базируется на использовании рядов Фурье, обеспечивающих учет дискретных составляющих спектров режимных параметров [3, 4]. Наличие в составе узлов нагрузки электроприемников с резкопеременным и быстроизменяющимся режимом работы (таких как дуговые печи, сварка и др.) приводит к появлению в составе спектров напряжений и токов как дискретных, так и непрерывных составляющих.

Современные приборы контроля качества электрической энергии позволяют контролировать спектральный состав напряжений и токов с достаточно высокой точностью и с заданной периодичностью, представляя результаты каждого измерения в виде бесконечной периодической функции, представленной рядом Фурье. Такие результаты получаются при обработке одного периода контролируемого процесса. Сопоставляя результаты последовательности измерений, можно обнаружить, что коэффициенты их рядов Фурье существенно отличаются. В особенности данное утверждение относится к узлам нагрузки, имеющим резкопеременный и быстроизменяющийся характер работы. В этом случае можно заключить, что контролируемые процессы не являются, строго говоря, периодическими, а представляют собой случайные процессы, математическое описание которых в форме рядов Фурье является некорректным. Важнейшими характеристиками случайных процессов являются, как известно, их энергетические спектры.

При проведении расчетов, связанных с определением уровня несинусоидальности, нормировании показателей качества электрической энергии, определения вносимого вклада отдельных потребителей в ухудшение качества электрической энергии необходимо определять значения этих характеристик случайных процессов. Таким образом, возникает задача определения энергетических спектров напряжений и токов в электрических сетях на

основании выборочных результатов измерения спектральных характеристик в течение отдельных периодов основной частоты. Покажем возможность получения характеристик энергетического спектра на основе таких данных.

Случайный процесс изменения параметра режима $\zeta(t)$ представляется в форме модулированного гармонического сигнала с постоянной частотой ω_1 :

$$\zeta(t) = \xi(t) \cos \omega_1 t + \eta(t) \sin \omega_1 t, \quad (1)$$

где $\xi(t)$, $\eta(t)$ – случайные процессы.

На временном интервале $-NT \leq t \leq NT$ рассмотрим l -ую реализацию случайного процесса изменения напряжения или тока $\xi^{(l)}(t)$, продолжительностью $(2N+1)T$, где $T=2\pi/\omega_1=\text{const}$ – период основной частоты.

Выделив в пределах данного временного отрезка интервал времени продолжительностью T , заключенный между моментами времени $-T/2 \leq t \leq T/2$, определим на основе значений процесса $\xi^{(l)}(t)$ в пределах этого интервала бесконечный детерминированный периодический процесс $S_0^{(l)}(t)$

$$S_0^{(l)}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_{0k}^{(l)} \cos k\omega_1 t + \sum_{k=1}^{\infty} A_{0k}^{(l)} \sin k\omega_1 t,$$

где коэффициенты ряда определяются по формулам

$$A_{0k}^{(l)} = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \zeta^{(l)}(t) \cos(k\omega_1 t) dt;$$

$$A_{0k}^{(l)} = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \zeta^{(l)}(t) \sin(k\omega_1 t) dt.$$

Определим преобразование Фурье детерминированного процесса $S_0^{(l)}(t)$ на интервале $-T/2 \leq t \leq T/2$, полагая, что вне пределов этого интервала его значения равны нулю. Спектральная плотность преобразования определяется следующим выражением:

$$G_0^{(l)}(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} S_0^{(l)}(t) e^{-j\omega t} dt = \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} 2\omega A_{0k}^{(l)}}{k^2 \omega_1^2 - \omega^2} + j \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k 2k\omega_1 A_{0k}^{(l)}}{k^2 \omega_1^2 - \omega^2} \right] \sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right).$$

Подобным образом определяются процессы $S_0^{(l)}(t)$ на основе значений процесса $\xi^{(l)}(t)$, заключен-

ных в пределах интервалов $(-T/2+nT) \leq t \leq (T/2+nT)$ и их спектральные плотности:

$$G_n^{(l)}(\omega) = \int_{-T/2+nT}^{T/2+nT} S_n^{(l)}(t) e^{-j\omega t} dt =$$

$$= \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} 2\omega A_{nk}^{(l)}}{k^2 \omega_1^2 - \omega^2} + j \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k 2k\omega_1 A_{nk}^{(l)}}{k^2 \omega_1^2 - \omega^2} \right] \sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right) e^{-j\frac{2n\pi\omega}{\omega_1}}.$$

Спектральная плотность l -й реализации случайного процесса определится как сумма спектральных плотностей $S_n^{(l)}(t)$, полученных на всех интервалах времени:

$$G^{(l)}(\omega) = \sum_{n=-N}^N G_n^{(l)}(\omega) =$$

$$= \sum_{n=-N}^N \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} 2\omega A_{nk}^{(l)}}{k^2 \omega_1^2 - \omega^2} + j \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k 2k\omega_1 A_{nk}^{(l)}}{k^2 \omega_1^2 - \omega^2} \right] \sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right) e^{j\frac{2n\pi\omega}{\omega_1}}.$$

Энергетический спектр процесса определяется в соответствии с [5] как предел удвоенного квадрата модуля полученной спектральной плотности, усредненной по времени и по ансамблю реализаций при $N \rightarrow \infty$:

$$F(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{T(2N+1)} m_1 \{ G^{(l)}(\omega) \bar{G}^{(l)}(\omega) \} =$$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{T(2N+1)} \times$$

$$\times m_1 \left\{ \sum_{n=-N}^N \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} 2\omega A_{nk}^{(l)}}{k^2 \omega_1^2 - \omega^2} + j \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k 2k\omega_1 A_{nk}^{(l)}}{k^2 \omega_1^2 - \omega^2} \right] \sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right) e^{-j\frac{2n\pi\omega}{\omega_1}} \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{i=-N}^N \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1} 2\omega A_{im}^{(l)}}{m^2 \omega_1^2 - \omega^2} - j \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m 2m\omega_1 A_{im}^{(l)}}{m^2 \omega_1^2 - \omega^2} \right] \sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right) e^{j\frac{2i\pi\omega}{\omega_1}} \right\}.$$

Здесь черта над $G(\omega)$ означает знак сопряжения, а символ $m_1\{\}$ — определения математического ожидания.

После перемножения и некоторых преобразований получаем следующую формулу для определения энергетического спектра рассматриваемого случайного процесса:

$$F(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{4\omega_1 \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right)}{\pi(2N+1)} \times$$

$$\times m_1 \left\{ \sum_{n=-N}^N \sum_{i=-N}^N e^{j\frac{2(n-i)\pi\omega}{\omega_1}} \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} A_{nk}^{(l)} \omega + j(-1)^k A_{nk}^{(l)} k\omega_1}{k^2 \omega_1^2 - \omega^2} \right) \times \right.$$

$$\left. \left(\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1} A_{im}^{(l)} \omega - j(-1)^m A_{im}^{(l)} m\omega_1}{m^2 \omega_1^2 - \omega^2} \right) \right\} =$$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{4\omega_1 \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right)}{\pi(2N+1)} \times$$

$$\times m_1 \left\{ \sum_{n=-N}^N \left(\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+m} (A_{nk}^{(l)} A_{nm}^{(l)} \omega^2 + A_{nk}^{(l)} A_{nm}^{(l)} k m \omega_1^2)}{(k^2 \omega_1^2 - \omega^2)(m^2 \omega_1^2 - \omega^2)} \right) \right\} +$$

$$+ \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{4\omega_1 \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right)}{\pi(2N+1)} \times$$

$$\times m_1 \left\{ \sum_{n=-N}^N \sum_{i=-N}^N e^{j\frac{2(n-i)\pi\omega}{\omega_1}} \left(\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+m} (A_{nk}^{(l)} A_{im}^{(l)} \omega^2 + A_{nk}^{(l)} A_{im}^{(l)} k m \omega_1^2)}{(k^2 \omega_1^2 - \omega^2)(m^2 \omega_1^2 - \omega^2)} \right) \right\}.$$

В частности, если случайные процессы $\xi(t), \eta(t)$ — стационарные, то математические ожидания парных произведений коэффициентов Фурье не будут зависеть от номеров индексов n, i и от их разности. Далее рассматривается этот случай.

При принятом допущении первое слагаемое можно переписать в следующем виде:

$$F_1(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{4\omega_1 \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right)}{\pi(2N+1)} \times$$

$$\times \left\{ \sum_{n=-N}^N \left(\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+m} (m_1 \{ A_{nk}^{(l)} A_{nm}^{(l)} \} \omega^2 + m_1 \{ A_{nk}^{(l)} A_{nm}^{(l)} \} k m \omega_1^2)}{(k^2 \omega_1^2 - \omega^2)(m^2 \omega_1^2 - \omega^2)} \right) \right\} =$$

$$= \frac{4\omega_1}{\pi} \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right) \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+m} (m_1 \{ A_{nk}^{(l)} A_{nm}^{(l)} \} \omega^2 + m_1 \{ A_{nk}^{(l)} A_{nm}^{(l)} \} k m \omega_1^2)}{(k^2 \omega_1^2 - \omega^2)(m^2 \omega_1^2 - \omega^2)} =$$

$$= \frac{4\omega_1}{\pi} \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right) \times \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(a_k'^2 + \sigma_k'^2) \omega^2 + (a_k''^2 + \sigma_k''^2) k^2 \omega_1^2}{(k^2 \omega_1^2 - \omega^2)^2} + \right.$$

$$\left. \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+m} ((a_k' a_m' + K_{0km}') \omega^2 + (a_k'' a_m'' + K_{0km}'') k m \omega_1^2)}{(k^2 \omega_1^2 - \omega^2)(m^2 \omega_1^2 - \omega^2)} \right],$$

где $a_k', a_k'', \sigma_k', \sigma_k''$ — математические ожидания и дисперсии, а K_{0km}', K_{0km}'' — корреляционные моменты соответствующих коэффициентов Фурье, определяемые для случаев, когда $n=i$.

Второе слагаемое после преобразований представляется в следующем виде:

$$F_2(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{4\omega_1 \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right)}{\pi(2N+1)} \times$$

$$\times \sum_{p=1}^{2N} (2N+1-p) [h_p(\omega) + h_p(-\omega)] = 4 \frac{\omega_1}{\pi} \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right) \times$$

$$\times \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{p=1}^{\infty} \left(1 - \frac{p}{(2N+1)} \right) (h_p(\omega) + h_p(-\omega)) =$$

$$= 4 \frac{\omega_1}{\pi} \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right) \sum_{p=1}^{\infty} (h_p(\omega) + h_p(-\omega)),$$

где $p=n-i$;

$$h_{n-i}(\omega) = h_p(\omega) =$$

$$= m_1 \left\{ e^{-j \frac{2(n-i)\pi\omega}{\omega_1}} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+m} (A_{nk}^{(l)} A_{im}^{(l)} \omega^2 + A_{nk}^{(l)} A_{im}^{(l)} km \omega_1^2)}{(k^2 \omega_1^2 - \omega^2)(m^2 \omega_1^2 - \omega^2)} \right\} =$$

$$= e^{-j \frac{2p\pi\omega}{\omega_1}} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+m} ((a_k' a_m' + K_{pkm}') \omega^2 + (a_k'' a_m'' + K_{pkm}'') km \omega_1^2)}{(k^2 \omega_1^2 - \omega^2)(m^2 \omega_1^2 - \omega^2)}.$$

Здесь

$$a_k' = m_1 \{A_k^{(l)}\}, \quad a_m' = m_1 \{A_m^{(l)}\},$$

$$a_k'' = m_1 \{A_k^{(l)}\}, \quad a_m'' = m_1 \{A_m^{(l)}\},$$

$$K_{pkm}' = m_1 \{(A_{nk}^{(l)} - a_k')(A_{im}^{(l)} - a_i')\},$$

$$K_{pkm}'' = m_1 \{(A_{nk}^{(l)} - a_k'')(A_{im}^{(l)} - a_i'')\}.$$

Если математические ожидания попарных произведений коэффициентов Фурье не зависят от разности p , выражение для $F_2(\omega)$, используя соотношения, приведенные, например, в [6], можно переписать в следующем виде:

$$F_2(\omega) = \frac{4\omega_1 \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right)}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} (h_p(\omega) + h_p(-\omega)) =$$

$$= \frac{4\omega_1 \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right)}{\pi} \times$$

$$\times \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+m} (m_1 \{A_{nk}^{(l)} A_{im}^{(l)}\} \omega^2 + m_1 \{A_{nk}^{(l)} A_{im}^{(l)}\} km \omega_1^2)}{(k^2 \omega_1^2 - \omega^2)(m^2 \omega_1^2 - \omega^2)} \times$$

$$\times 2 \cos\left(\frac{2p\pi\omega}{\omega_1}\right) = \frac{4\omega_1 \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right)}{\pi} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+m} ((\tilde{a}_k' \tilde{a}_m' + \tilde{K}_{km}') \omega^2 + (\tilde{a}_k'' \tilde{a}_m'' + \tilde{K}_{km}'') km \omega_1^2)}{(k^2 \omega_1^2 - \omega^2)(m^2 \omega_1^2 - \omega^2)} \times$$

$$\times \left(\frac{2\pi}{T} \sum_{v=-\infty}^{v=\infty} \delta(\omega + v\omega_1) - 1 \right).$$

Здесь \tilde{a}_k' , \tilde{a}_k'' – математические ожидания, а K_{km}' , K_{km}'' – корреляционные моменты соответствующих коэффициентов Фурье, определяемые для случая, когда $p \neq i$.

Полученные формулы позволяют определить дискретную и непрерывную составляющие энергетического спектра процесса:

$$F_d(\omega) = \frac{4\omega_1 \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right)}{\pi} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+m} ((\tilde{a}_k' \tilde{a}_m' + \tilde{K}_{km}') \omega^2 + (\tilde{a}_k'' \tilde{a}_m'' + \tilde{K}_{km}'') km \omega_1^2)}{(k^2 \omega_1^2 - \omega^2)(m^2 \omega_1^2 - \omega^2)} \times$$

$$\times \frac{2\pi}{T} \sum_{v=-\infty}^{v=\infty} \delta(\omega + v\omega_1). \quad (2)$$

$$F_H(\omega) = \frac{4\omega_1 \sin^2\left(\frac{\pi\omega}{\omega_1}\right)}{\pi} \times$$

$$\times \left[\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+m} ((a_k' a_m' + K_{0km}') \omega^2 + (a_k'' a_m'' + K_{0km}'') km \omega_1^2)}{(k^2 \omega_1^2 - \omega^2)(m^2 \omega_1^2 - \omega^2)} - \right.$$

$$\left. - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+m} ((\tilde{a}_k' \tilde{a}_m' + \tilde{K}_{km}') \omega^2 + (\tilde{a}_k'' \tilde{a}_m'' + \tilde{K}_{km}'') km \omega_1^2)}{(k^2 \omega_1^2 - \omega^2)(m^2 \omega_1^2 - \omega^2)} \right]. \quad (3)$$

Полученные выражения дискретной и непрерывной составляющих спектров позволяют ввести «энергетический критерий качества напряжения», учитывающий случайный характер изменения режима электрической сети и присутствие в спектре напряжения непрерывной составляющей. Данный критерий представляет собой отношение полной мощности спектра исследуемого напряжения к мощности нормативного спектра напряжения с синусоидальной формой и постоянной, соответствующей номинальному напряжению амплитудой $\sqrt{2} U_H$:

$$K_{U\Omega} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} F_d(\omega) d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} F_H(\omega) d\omega - \int_{-\infty}^{\infty} F_{ном}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} F_{ном}(\omega) d\omega} 100\%,$$

где

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_{ном}(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} 2\pi U_H^2 [\delta(\omega + \omega_1) + \delta(\omega - \omega_1)] d\omega = 4\pi U_H^2.$$

На основе полученных соотношений проведено исследование энергетических спектров напряжений и токов на одном из предприятий со значительным количеством электроприемников с нелинейными вольтамперными характеристиками и переменным характером работы. Изменение нагрузки по отношению к мощности питающего трансформатора находилось в интервале 20...45 %. Измерения выполнены прибором AR-5 производства фирмы Circutor (Испания). Предварительным исследованием установлено, что процессы изменения напряжений и токов в основном соответствуют сделанным в настоящей статье допущениям относительно стационарности процессов $\xi(t)$, $\eta(t)$ (1). Всего было получено 7 реализаций процессов изменения напряжений и токов на суточных интервалах времени, причем в течение суток контроль параметров режима осуществлялся с интервалом в 20 мин. Представление об уровне искажения напряжений и токов в узле подключения предприятия (шины 0,4 кВ понизительной подстанции) дают значения их коэффициентов несинусоидальности, рис. 1.

Составляющие энергетических спектров напряжения и тока одной из фаз, рассчитанные по ур. (2, 3) приведены на рис. 2, 3.

Значение критерия $K_{U\Omega}$ составило 11,8 %. Мощность непрерывной составляющей энергетического спектра напряжения составила 0,167 % от суммарной мощности процесса. Мощность непрерывной составляющей энергетического спектра тока составила 16,85 % от суммарной мощности процесса.

Выводы

1. Выборочный контроль показателей качества электрической энергии обеспечивает определение дискретной и непрерывной составляющих энергетического спектра напряжений и токов, что позволяет более полно характеризовать режимы и качество напряжения в узлах электриче-

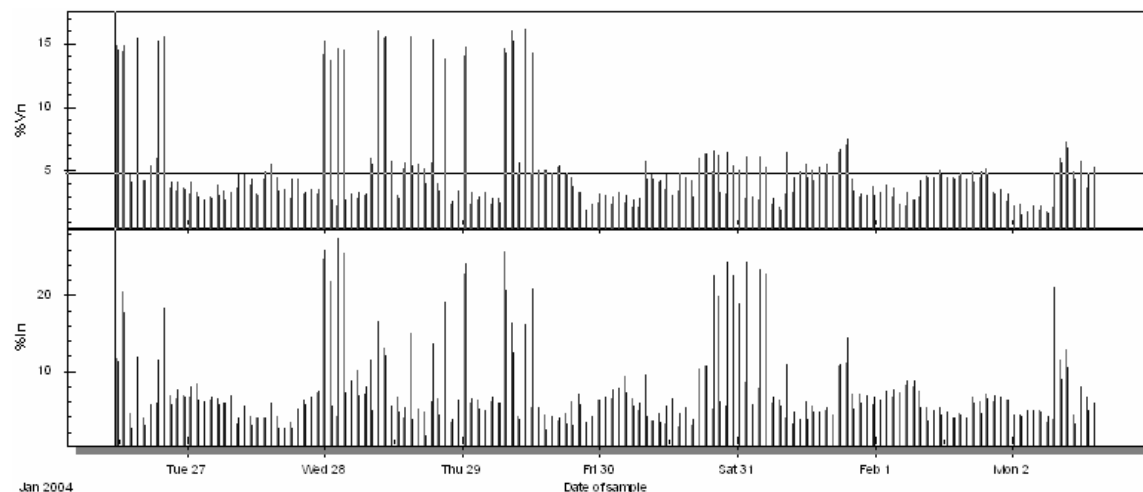


Рис. 1. Значения коэффициентов несинусоидальности напряжения и тока в узле нагрузки

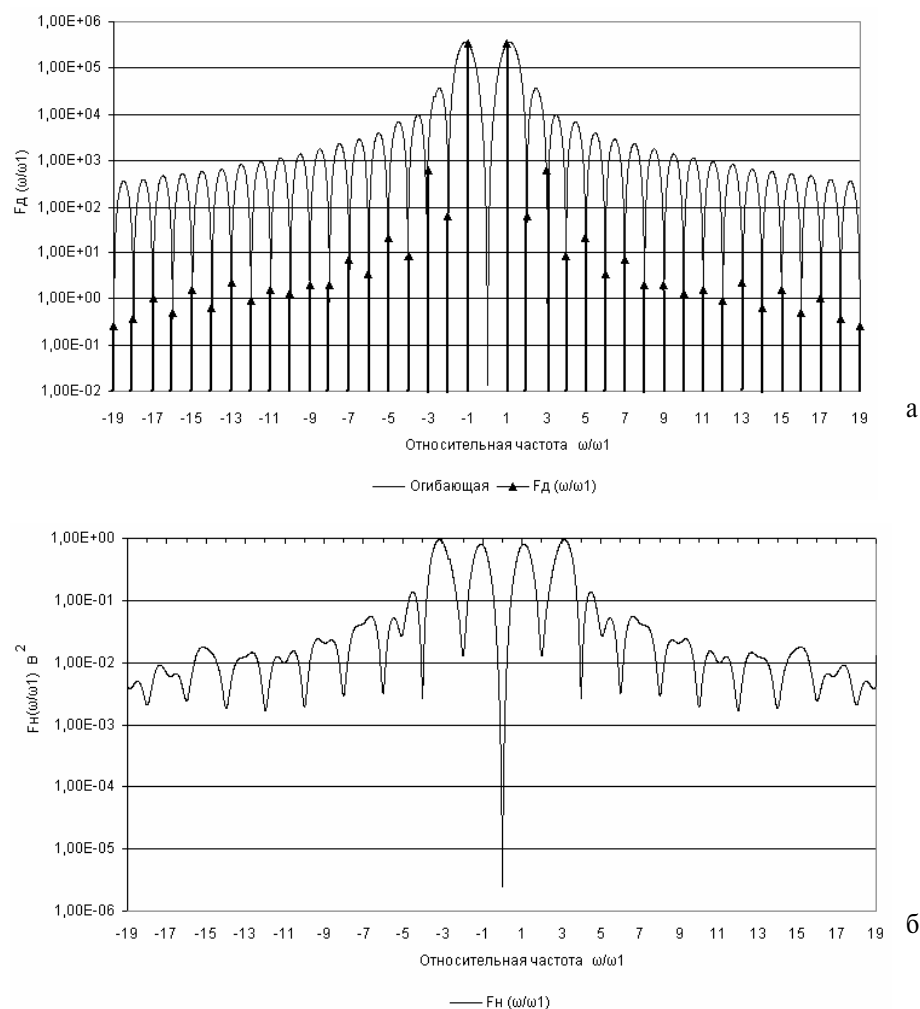


Рис. 2. Дискретная (а) и непрерывная (б) составляющие энергетического спектра напряжения узла нагрузки

ских сетей с резкопеременными и быстроизменяющимися процессами изменения нагрузок.

- Полученные расчетные соотношения обеспечивают определение т.н. «энергетического критерия

качества напряжения», представляющего собой обобщение показателей качества напряжения по отклонениям, колебаниям и несинусоидальности. Преимущество данного критерия по сравне-

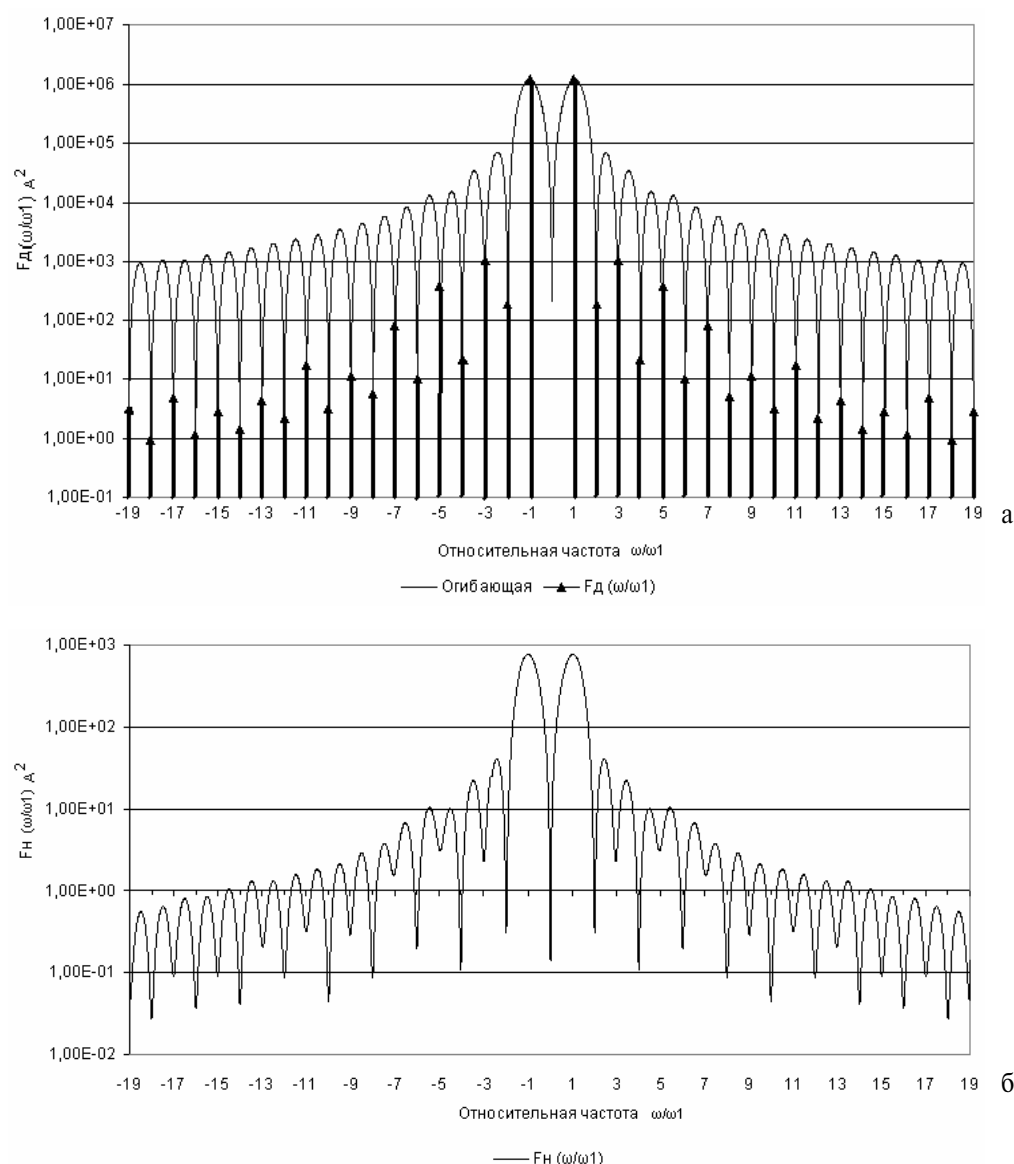


Рис. 3. Дискретная (а) и непрерывная (б) составляющие энергетического спектра тока узла нагрузки

нию с существующими заключается в возможности учета случайного характера изменения параметров режима, присутствия в спектрах напряжений и токов как дискретных, так и непрерывных составляющих, их влияния на потери электрической энергии и на нагрев оборудования.

3. Значительный вес непрерывной составляющей энергетического спектра тока в суммарной мощности процесса при переменном характере нагрузки говорит о необходимости учета этой составляющей при определении потерь электрической энергии в элементах электрической сети.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гармоники в электрических системах / Пер с англ. Дж. Аррилага, Д. Брэдли, П. Боджер. — М.: Энергоатомиздат, 1990. — 320 с.: ил.
2. Харлов Н.Н. Спектры токов электрических нагрузок городских электрических сетей // Ползуновский альманах (АГТУ). — 2004. — № 4. — С. 252–255.
3. Жежеленко И.В. Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 184 с.
4. Кучумов Л.А., Харлов Н.Н., Карташиди Н.Ю., Пахомов А.В., Кузнецов А.А. Использование метода гармонического баланса для расчета несинусоидальных и несимметричных режимов в системах электроснабжения // Электричество. — 1999. — № 12. — С. 10–22.
5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. I. Изд. 2-е перераб. и доп. — М.: Советское радио, 1974. — 552 с.: ил.
6. Микусинский Я., Сикорский Р. Элементарная теория обобщенных функций. Ч. I. Пер. с англ. — М.: Иностранная лит-ра, 1959. — 80 с.